

## לימודי השלמה: מתמטיקה למנהל עסקים

על המועמדים לתוכנית מנהל עסקים לעמוד בדרישת ידע קודם במתמטיקה ולוודא כי יש להם את הכלים הכמותיים להם יזדקקו בהמשך לימודיהם. להלן רשימת הנושאים הנדרשים במסגרת הידע הקודם:

- חשבון דיפרנציאלי ואופטימיזציה במשתנה יחיד
- אופטימיזציה רבת משתנים
- אלגברה ליניארית

ניתן להוכיח ידע קודם באחת משלוש הדרכים הבאות:

### 1. על סמך לימודים קודמים:

המועמדים הבאים יהיו פטורים מחובת הוכחת ידע קודם:

- בעל תואר B.Sc בהנדסה.
- בעל תואר" בוגר "באחד מהחוגים הבאים: מדעים מדויקים, כלכלה, כלכלה חקלאית, חשבונאות או בוגר חטיבה באחד מהחוגים הנ"ל.
- בעל תואר" בוגר "בניהול/מנהל עסקים או מי שסיים חטיבה בניהול ובתנאי שלמד קורס זה בתוכנו ובהיקפו לדרישות הידע הקודם כמפורט לעיל במוסד מוכר להשכלה גבוהה בישראל ולא עברו יותר מ 5 שנים מיום סיום לימודיו.
- מי שלמד קורס המקיף את הנושאים הנדרשים במסגרת הידע הקודם במסגרת לימודיו לתואר ראשון או שני במוסד להשכלה גבוהה בישראל והשיג ציון "עובר" ובלבד שלא עברו יותר מ 8 שנים מיום סיום הקורס, ובקשתו לפטור אושרה ע"י ועדת ההוראה.

### 2. על סמך עמידה בהצלחה בקורס הכנה משולב כלכלה (מיקרו + מאקרו) ומתמטיקה:

הקורס יינתן בתחילת סמסטר א' תש"פ למשך 6 שבועות בימי שני בשעות 18:00-20:30 תאריכי הקורס: 28.10.19, 4.11.19, 11.11.19, 18.11.19, 25.11.19, 2.12.19 מחיר הקורס: 1,100 ש"ח פתיחת הקורס מותנית במינימום משתתפים. על מנת לעבור את הקורס יש לעמוד בהצלחה במטלת הסיום.

### 3. על סמך עמידה בהצלחה בבחינת פטור:

במידה והנך מעוניין להיבחן בבחינת פטור (ללא רישום לקורס) יש להודיע על כך ליחידת מרשם;

[mirsham@mta.ac.il](mailto:mirsham@mta.ac.il) 03-6803333

לאחר הודעה זו, תקבל למייל, תוך 24 שעות, עם שם משתמש וסיסמא למערכת ה"מידע נט" במערכת זו עליך ולהירשם ולשלם עבור בחינת הפטור שנדרשת בה. עליך להיכנס למערכת המידע נט בנייתוב הבא:

אתר המכללה- < סטודנטים- < מידע נט- < כניסה מערכת המידע נט- < הרשמה לבחינות מיוחדות- < רישום לבחינת פטור.

להלן קישור : <https://mtamn.mta.ac.il/yedion/fireflyweb.aspx>  
(יש להזין את שם המשתמש והסיסמא שנשלחו אלייך במייל נפרד)

במידה ולא קיבלת קישור אנא פנה ל- [michalga@mta.ac.il](mailto:michalga@mta.ac.il)

### להלן התאריכים- יש לבחור את תאריך הבחינה הרצוי

- 16.9.19 יום ב' בשעה 14:00
- 22.10.19 יום ג' בשעה 14:00

תנאי לעמידה בהצלחה בבחינת הפטור : קבלת ציון עובר (ציון 60 לפחות).  
**במידה ולא עברת את הבחינה, תוכל להיכנס לקישור פעם נוספת ולהירשם לבחינה נוספת.**  
התשלום הינו עבור כל מועד בחינה הוא 50 ש"ח.  
הבחינות יתקיימו בקמפוס ה"אקדמית", רחוב חבר הלאומים 10 ת"א-יפו  
מיקום הכיתה יימסר לך ב- SMS שעה לפני תחילת הבחינה.  
יש להצטייד בתעודה מזהה ומחשבון.

**\*\* יש להירשם לבחינת הפטור לפחות 5 ימים לפני הבחינה \*\***

## נושאי הלימוד לבחינת הפטור

**פונקציות במשתנה אחד - מבוא כללי:**

מספרים ממשיים, הגדרה ותכונות בסיסיות ותאור גרפי של פונקציה במשתנה אחד, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות, פונקצית ערך מוחלט, חישוב סכומים.

**גבולות:**

מושג הגבול, גבול באינסוף, גבולות אינסופיים, גבול מהצורה  $\frac{0}{0}$ , גבולות עם שורשיים, משפט אוילר, אריתמטיקה של גבולות וחישובי גבולות מסוגים שונים.

**רציפות:**

רציפות, תכונות של פונקציות רציפות, תכונות של פונקציות אלמנטאריות.

**נגזרות:**

הגדרת הנגזרת ובדיקת נקודות אי גזירות כללי גזירה, גזירת פונקציה מורכבת, גזירת פונקציה הפוכה, גזירה לוגריתמית, נגזרות מסדרים גבוהים, כלל לופיטל לגבולות.

**יישומים:**

משיק לגרף פונקציה, תחומי עליה וירידה של פונקציה, נקודות קיצון מקומיות ומוחלטות, הוכחת אי שוויונות, מציאת מספר נקודות חיתוך בין גרפים, תחומי קמירות, קעירות ונקודות פיתול, אסימפטוטות אנכיות ומשופעות, חקירה מלאה של פונקציה כולל שרטוט הגרף.

### **שימושים כלכליים:**

פונקציות שוליות ומשמעותן הכלכלית, פונקצית ביקוש, פונקצית עלות, פונקצית הכנסה ופונקצית רווח. שימושי הנגזרת הראשונה והשנייה של פונקציות כלכליות.

### **פונקציות רבות משתנים:**

המרחב  $R^2$ , תחום הגדרה, קווי גובה, רציפות, נגזרות חלקיות מסדר ראשון ושני והמשמעות הגרפית שלהן. נקודות קיצון מקומיות ומשפט כופלי לגרנז' ושימושים כלכליים.

### **רשימת קריאה ומקורות נוספים רשות:**

1. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, מהדורה ב', ד"ר יהודה אשכנזי, ד"ר יעקב ארז, הוצאת עמיחי.
2. חשבון דיפרנציאלי לתלמידי כלכלה וניהול- סגל עוזי, נוימן חזי, הוצאת האונ' הפתוחה, 1996-1993.
3. חשבון דיפרנציאלי - תרגילים, בעיות ופתרונות, טלי שטיין וחזי ניימן, הוצאת דיונון.
4. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי א'- כרך ראשון, הווארד אנטון, הוצאת האוניברסיטה הפתוחה.
5. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי ב'- כרך ראשון, הווארד אנטון, הוצאת האוניברסיטה הפתוחה.

בנוסף, קיימים ספרים באנגלית תחת הכותרת: Fundamental Calculus, Calculus וכיו"ב.

## **בחינה לדוגמא**

### **חלק א, (50 נקודות)**

שאלה א (30 נקודות)

נתונה הפונקציה הבאה:

$$f(x) = (\ln x)^2 - 2\ln x$$

**חקרו את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:**

א. תחום הגדרה.

ב. תחומי עליה/ירידה ונקודות קיצון מקומיות.

ג. תחומי קמירות/קעירות ונקודות פיתול.

ד. אסימפטוטות.

ה. נקודות חיתוך עם הצירים.

ו. שרטוט הגרף.

### שאלה ב (20 נקודות)

מונופול מסחרי מייצר שני מוצרים A ו B. ידוע כי כאשר יחידת מוצר A נמכר ב-  $x$  ש"ח ויחידת מוצר B

נמכר ב-  $y$  ש"ח יהיו הביקושים  $D_A(x, y) = 70 - 5x - 4y$  ו-  $D_B(x, y) = 80 + 6x - 7y$  בנוסף ידוע שעלות ייצור יחידה A היא 30 ש"ח ויחידה B היא 40 ש"ח

1. המפעל מייצר ומוכר כרגע יחידת מוצר A ב- 10 ש"ח יחידת מוצר A ב- 12 ש"ח, מצאו תוך שימוש ברווח השולי האם כדאי לחברה ליקר את מחיר אחד המוצרים, ואם כן באיזה מוצר.

2. מהו הרווח המקסימאלי בתנאים אלו ?

### חלק ב', (50 נקודות)

יש לסמן את התשובה הנכונה (אחת בלבד) בדף הסימונים המחברת משמשת כטייטה בלבד ולא תיבדק

#### שאלה מספר 1

גבול הפונקציה:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - \sqrt{x})^{2/x}$  הוא:

0 .1

$\infty$  .2

$e^{-3}$  .3

$e^3$  .4

1 .5

#### שאלה מספר 2

נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{x^2}$ , אזי

$$f'(x) = \sqrt{x^2} \cdot \frac{2}{x} \quad .1$$

$$f'(x) = \sqrt{x} \cdot \frac{\ln x}{x} \quad .2$$

$$f'(x) = 2 \cdot x^{\frac{2}{x}-2} \cdot (1 - \ln x) \quad .3$$

$$f'(x) = x^{2/x} \cdot (2 - 2 \ln x) \quad .4$$

$$f'(x) = 2 \cdot x^{\frac{2}{x}-2} \cdot \ln x \quad .5$$

שאלה מספר 3

נתונה הפונקציה  $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$  אזי הערך של  $f''_{xy}(2,1)$  הוא

- 1.1
- 0.2
- 6.3
- 2.4
- 3.5

4

שאלה מספר 4

תחום ההגדרה של פונקציה  $f(x) = \frac{\ln(x^2+2x+12)}{\sqrt{x^2-x-20}}$  הוא

1. אף  $x$
2.  $x \neq \pm 1$
3.  $x > 0$
4. כל  $x$
5.  $x < -4$  או  $x > 5$

שאלה מספר 5

הישר המשיק לפונקציה  $y = \sqrt{\ln x}$  בנקודה  $x = e$  עובר גם בנקודה  $(e, 1)$

2. מקביל לישר  $y + ex = 1$

3. מקביל לישר  $y + x = 1$

4. עובר גם בנקודה  $(2,0)$

5. אינו קיים

שאלה מס' 6

לפונקציה  $f(x, y) = 2x + 4y - x^2 - y^2$

1. נקודת מקסימום אחת.
2. נקודת מינימום אחת.
3. נקודת מינימום אחת ונקודת אוסף אחת.
4. נקודת מקסימום אחת ונקודת אוסף אחת.
5. אין קיצון.

## פתרון

### שאלה א

$$f(x) = (\ln x)^2 - 2 \ln x$$

א. תחום הגדרה.  $x > 0$

ב. תחומי עליה/ירידה ונקודות קיצון מקומיות.

$$\text{נגזור } f'(x) = \frac{2 \ln x - 2}{x} \text{ נשווה } f'(x) = \frac{2 \ln x - 2}{x} = 0 \text{ נקבל } x = e$$

עליה:  $x > e$  ירידה  $0 < x < e$  קיצון  $\min(e, -1)$ .

ג. תחומי קמירות/קעירות ונקודות פיתול.

$$\text{נגזור שוב } f''(x) = \frac{4 - 2 \ln x}{x^2} \text{ נשווה } f''(x) = \frac{4 - 2 \ln x}{x^2} = 0 \text{ נקבל } x = e^2$$

קמירות  $0 < x < e^2$  קעורה  $x > e^2$ , פיתול  $(e^2, 0)$

ד. אסימפטוטות.

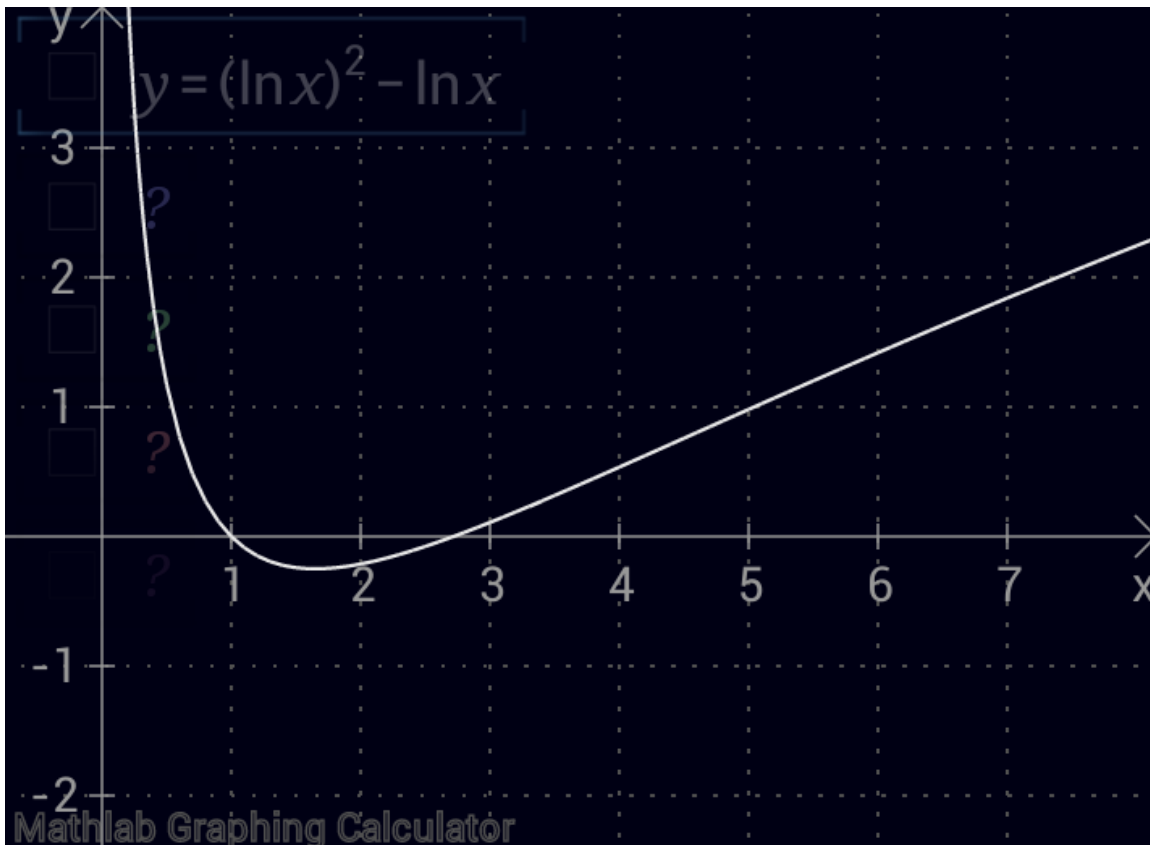
$$\text{אנכית נבדוק } \lim_{x \rightarrow 0^+} ((\ln x) - 2) \ln x = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x)^2 - 2 \ln x \text{ לכן } x = 0$$

$$\text{אופקית נבדוק } \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x)^2 - 2 \ln x = \lim_{x \rightarrow \infty} ((\ln x) - 2) \ln x = \infty \text{ אין}$$

ה. נקודות חיתוך עם הצירים.

$$\text{נקח } y = 0 \text{ ונקבל } ((\ln x) - 2) \ln x = 0 \text{ לכן } x = 1, e^2$$

ו. שרטוט הגרף.



שאלה ב

$$\begin{aligned} \pi(x, y) &= D_A(x, y)(x - 30) + D_B(x, y)(y - 40) \\ &= (70 - 5x + 4y)(x - 30) + (80 + 6x - 7y)(y - 40) \quad \text{א. פונקצית רווח} \\ &= -5x^2 - 7y^2 + 10xy + 240y - 20x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi'_x(x, y) &= -10x + 10y - 20 \\ \pi'_y(x, y) &= 10x - 14y + 240 \end{aligned} \quad \text{נגזור}$$

$$\begin{aligned} \pi'_x(10, 12) &= 0 \\ \pi'_y(10, 12) &= 172 \end{aligned} \quad \text{נציב } x = 10, y = 12 \text{ ונקבל}$$

$$\begin{aligned} \pi'_x(x, y) &= -10x + 10y - 20 = 0 \\ \pi'_y(x, y) &= 10x - 14y + 240 = 0 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{לכן כדאי להעלות מחיר מוצר B.} \\ \text{ב. נמצא קיצון נפתור מערכת ונקבל } x = 53, y = 55 \end{array}$$

$$\text{אפיון } \Delta = (-10)(-14) - 100 > 0 \text{ ו- } \pi''_{xx}(x, y) = -10 < 0 \text{ לכן מקסימום.}$$

שאלה מספר 1

תשובה: 1

שאלה מספר 2

תשובה: 3

שאלה מספר 3

תשובה: 3

שאלה מספר 4

תשובה: 5

שאלה מספר 5

תשובה: 1

שאלה מספר 6

תשובה: 1